HOJA 8: MOVIMIENTOS

Movimientos en R^2

1) Obtenga las ecuaciones de las simetrías respecto de las siguientes rectas:

   a) $r\colon\ x-\sqrt{3}\,y=2$ b) $r\colon\ x+y=4$ c) $r\colon\ x-2y=1$

2) Obtenga las ecuaciones de la simetría deslizante de eje $y=x-2$ y vector $\vec{v}=(3,3)$.

3) Encuentrre, si existe, un giro que lleve $P=(2,0)$ en $P'=(-1,1)$ y $Q=(4,1)$ en $Q'=(0,-1)$.

4) Determine las ecuaciones de los siguientes movimientos:

   a) Giro de centro $(1,0)$ y ángulo 135º.
   b) Simetría deslizante de eje paralelo a la recta $2x+y=3$ y que transforma $(2,1)$ en $(1,0)$.
   c) Giro de ángulo 60º que transforma $(2,1)$ en $(1,0)$.
   d) La composición de los movimientos a) y b).

5) Clasifique todos los movimientos que transforman $(1,0)$ en $(2,1)$ y $(0,1)$ en $(1,0)$.

6) Dados los puntos $O=(0,0)$, $I=(1,0)$, $J=(1,1)$ y $K=(0,1)$, construya las ecuaciones del movimiento de R^2 que transforma el triángulo OIK en el triángulo JKI.

7) Clasifique los siguientes movimientos dando los elementos geométricos:

   a) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 2+\sqrt{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

8) Halle las ecuaciones del movimiento $M = G_{P,\alpha} \circ S_r$ en R^2 que se obtiene al componer una simetría respecto de la recta $r\colon\ x-\sqrt{3}\,y=1$ con un giro de centro $P=(1,0)$ y ángulo $\alpha=\frac{\pi}{2}$. Determine qué tipo de movimiento es M y halle, si existen, sus puntos fijos.

Movimientos en R^3

9) Determine las ecuaciones de los siguientes movimientos de R^3:

   a) Giro de ángulo 90º con respecto a la recta r que tiene como vector director $\vec{v}=(1,1,0)$ y pasa por $(1,0,1)$.

b) Composición del giro de ángulo 180º con respecto a la recta r: $(x, y, z) = (0, 0, 1) + t(0, 1, 1)$ con la traslación de vector $\vec{v} = (1, 1, 0)$. Observe que se trata de un movimiento helicoidal.

c) Simetría con respecto al plano que pasa por $(0, 1, 1)$ y es perpendicular a $\vec{v} = (2, 1, 1)$. Obtenga el simétrico del punto $(2, 1, -1)$.

d) Simetría axial respecto de la recta r: $\begin{cases} x - z = 0 \\ y = 3z + 2 \end{cases}$. Obtenga el simétrico del punto $(1, 1, 1)$.

e) Simetría rotacional (simetría compuesta con giro) respecto del plano que contiene a las rectas r_1: $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ y - z = 3 \end{cases}$ y r_2: $\begin{cases} x = 4 \\ y - z = 3 \end{cases}$, con ángulo de giro 180º y eje de giro r: $\begin{cases} x = 2 \\ y + z = 0 \end{cases}$

f) Movimiento helicoidal respecto al eje $r = \{\lambda(1, -1, 0),\ \lambda \epsilon R\}$, con un giro de 180º y vector de traslación $\vec{v} = (2, -2, 0)$.

g) Giro cuyo eje pasa por $(1, 1, 0)$ y $(0, 0, 1)$, y que transforma $(0, 1, 0)$ en $(1, 1, 1)$.

h) Composición de la simetría respecto al plano $3x - y + 2z = 1$ y el movimiento f).

10) a) Obtenga la ecuación del movimiento simetría deslizante de plano paralelo a $\tau \equiv 2x - z + 1 = 0$ y que transforma el punto $P = (2, 0, -1)$ en el punto $P' = (0, 0, 1)$.

b) Obtenga el plano π de simetría y el vector de traslación de la simetría deslizante del apartado a).

11) Clasifique los siguientes movimientos dando los elementos geométricos:

a) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{2}{6} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

12) Dados los planos paralelos π_1 y π_2 de ecuaciones π_1: $x + y = 1$ y π_2 : $x + y = 4$, encuentre las ecuaciones del movimiento $M = S_{\pi_1} \circ S_{\pi_2}$. Compruebe que M es una traslación y encuentre su vector de traslación.